

# VORLESUNG

## Stochastische Kontrolltheorie (MSc.).

WS 2018/2019

Dr. A. Schlichting ([schlichting@igpm.rwth-aachen.de](mailto:schlichting@igpm.rwth-aachen.de))

<http://andre-schlichting.de/teaching>

Die stochastische Kontrolltheorie befasst sich mit der Optimierung von Systemen, welche durch stochastische Prozesse dargestellt werden können. Dabei ist es möglich durch eine externe Kontrolle den stochastischen Prozess zu beeinflussen, um ein Optimierungsziel zu erreichen. Dazu zählen zum Beispiel:

- (i) Optimales Stoppen: Das Einfrieren des Systems durch Stoppen des stochastischen Prozesses. Ein typisches Beispiel ist bei Finanzmarktmodellen die Frage ob und wann ein Besitzer einer amerikanischen Put Option diese optimalerweise ausüben sollte.
- (ii) Klassische Steuerung: Die Kontrolle des Systemes basiert auf der Änderung des lokalen Drifts und/oder der lokalen Volatilität des stochastischen Prozesses. Man kann sich dafür das Optimierungsproblem, bei dem ein See optimal abgefischt werden soll, vorstellen.
- (iii) Singuläre Steuerung: Das System kann durch Reflektieren des stochastischen Prozesses an gewählten Schranken beeinflusst werden. Dieses Optimierungsproblem tritt bei der Steuerung von Raketen auf, dessen Flugbahn in einem bestimmten Korridor mit möglichst wenig Treibstoffeinsatz gehalten werden soll.
- (iv) Impulssteuerung: Die Steuerung des Systems durch Impulse, welche das System zu Sprüngen veranlassen. Diese Kontrolle ist sehr ähnlich zur klassischen Steuerung mit dem Unterschied, dass die Trajektorien der Lösung nicht mehr stetig sind. Als Beispiel dient die Forstwirtschaft, welche optimale Strategien zur nachhaltigen Bewirtschaftung des Waldes sucht.

Die Vorlesung wird zu Beginn die nötigen Resultate aus der stochastischen Analysis und den stochastischen Prozessen erklären. Danach werden wir uns der klassischen stochastischen Steuerung widmen. Insbesondere aber auch auf den Zusammenhang zur Martingaltheorie und zu den partiellen Differentialgleichungen eingehen. Dies wird uns erlauben das Problem der optimalen Abfischungsrate eines Sees zu lösen. Dabei werden wir sehen dass die bis dahin entwickelte Theorie einen schwächeren Lösungsbegriff für die zugrunde liegende partielle Differentialgleichung benötigt. Dies ist die Motivation um Viskositätslösungen einzuführen um damit die Wertfunktion des Kontrollproblems im Allgemeinen zu approximieren.

Die Vorlesung richtet sich an Masterstudenten, welche sich im Bereich der Analysis und Stochastik spezialisieren wollen. Eine Vorlesung zu partiellen Differentialgleichung oder stochastischen Analysis ist von Nutzen, aber nicht notwendig.